

熱移動(伝熱)の基礎

名古屋工業大学 田川 正人

はじめに

熱移動は温度差がある物体の間に起こる現象であり、環境や生態系といった自然はもとより、工業においても極めて重要な役割を果たしていることは周知のとおりである。この熱移動すなわちエネルギー伝達を学問として探求するのが伝熱学であり、それによって得られた知識はわれわれの生活全般にわたり広く利用されている。また、最近の環境問題とも関連してますますその重要性が高まってきている。以下は、講義資料として伝熱学の基礎をまとめたものである。

1. 熱移動の様式

熱エネルギーは温度の高いところから低いところへと流れる(熱力学の第二法則)。この現象を熱移動(heat transfer)と呼んでいる。熱移動を微視的にみると、その機構には明確に区別される二つの様式がある。一つは熱伝導であり、他は熱放射(輻射)である。前者は本質的には熱エネルギーの拡散であり、後者は電磁波による熱エネルギーの移動である。しかし、巨視的には熱移動の機構を以下の4つの様式に分けて考えるのが実際的である。

1.1 熱伝導(heat conduction)

たとえば、金属棒の一端を手でもって、他端を炎の中に入れるとまもなく手元の温度が上昇してくる。これが熱伝導である。微視的には、分子運動の大きな(活発な)方から小さな方へと分子の運動エネルギーが拡散してくる現象である。気体、液体ではほとんど分子の弾性衝突によって熱エネルギーが拡散される。固体では電気の良導体と不良導体とで少し異なる。電気不良導体では、原子の運動に起因する結晶格子の振動によって熱が伝わるが、金属などの電気良導体ではそれに加えて自由電子が熱エネルギーの移動に大きく寄与する。したがって、一般には金属などの電気良導体は不良導体よりも熱伝導がよい。

1.2 対流熱伝達(convective heat transfer)

流体中に温度差があると、それに対応した密度差が形成される。このために浮力が生じて流動が発生する。これを対流(convection)という。このように、温度差による浮力のみで起因する対流が自然対流(natural convection)または自由対流(free convection)である。これに対して、流体を強制的に流動させる場合を強制対流(forced convection)とよぶ。

いま温度の高い固体壁と温度の低い流体が接している場合を考えてみる。この接触面近傍の極く薄い層では、熱は熱伝導によって流体に伝わるが、そこから少し離れると、熱は温度の上昇した流体塊の対流によって運び去られる。すなわち、固体壁と流体との間の熱移動では対流が主役である。このような固体壁と流体の間の熱移動を対流熱伝達という。

1.3 相変化を伴う熱移動 (heat transfer with phase change)

たとえば、液体が沸騰して蒸気になる場合には独特の機構で熱が移動する。このような物質の相変化 (phase change) を伴う熱移動は潜熱の吸収あるいは放出を伴うことに特徴がある。ただし、相変化の様相に応じて固有の熱移動機構がある。

蒸発 (evaporation) では液体の自由表面から蒸気が発生する。一方、沸騰 (boiling) では液体内部からも蒸気が発生する。蒸発、沸騰の逆の現象である凝縮 (condensation)、さらに固相—液相間の融解 (melting)、凝固 (solidification) なども工業的に広く利用されている。

1.4 熱放射 (thermal radiation)

物体からはその温度に応じた波長分布をもつ電磁波が放射されており、そのエネルギーは絶対温度の4乗に比例する。これによる熱移動が熱放射である。熱放射は他の形態の熱移動と共存するのが普通であるが、温度が低い場合は無視されることが多い。しかし、高温になるにしたがって、熱放射が主役を担うようになる。

2. 熱伝導

固体内を熱伝導で熱が移動する場合について考えてみる。図1に示すように、単一の固体内に2つの等温面 (isothermal plane) を考える。面積 A の二面の温度をそれぞれ T_1, T_2 ($T_1 > T_2$) とし、その間隔を Δx とする。このとき、熱はそれぞれの等温面に垂直な方向に流れる。単位時間あたりに流れる熱量を Q とするとき、経験から (あるいは直感的に) Q は両面の温度差と面積に比例し、距離に反比例すると考えられる。すなわち、

$$Q \propto \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta x} A \quad (1)$$

と表すことができる。式(1)の比例定数を λ として、距離 Δx を無限に小さくとれば、温度差も無限に小さくなる。したがって、式(1)を

$$Q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) A \quad (2)$$

と表すことができる。温度 T は一般には位置 x と時間 t の関数であるから、 T の x 方向の勾配は偏微分で表される。また、座標 x は高温側から低温側へと熱が流れる方向を正にとるのが普通である。このとき、温度勾配 $\partial T / \partial x$ は負 ($\partial T / \partial x < 0$) となる。そこで、式(2)にあるように右辺に負号をつけて、熱量 Q を正の値として表す。

単位時間、単位面積あたりに流れる熱量を熱流束 (heat flux) とよぶ。熱流束を q [W/m^2] で表せば

$$q = \frac{Q}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3)$$

となる。式(3)は熱流束がその位置の温度勾配に比例することを表しており、これをフーリエの法則 (Fourier's law) と呼ぶ。比例定数 λ は熱伝導率 (thermal conductivity) [$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$] とよばれる物性値であり、物質固有の値である。

熱伝導率 λ を、次式のように密度 ρ [kg/m^3] と比熱 c [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$] で割った量を α とおく。

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (4)$$

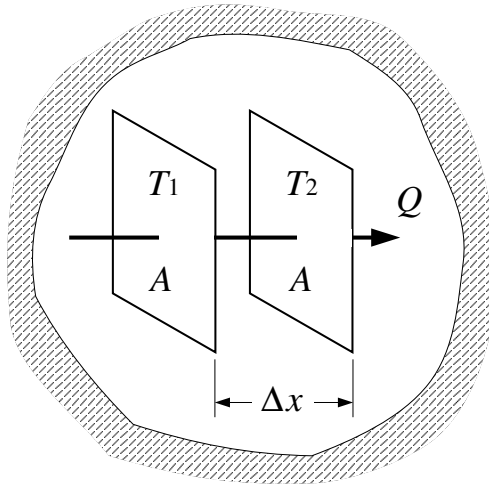


図 1: 2つの等温面の間を流れる熱量

α を温度伝導率 (thermal diffusivity) [m^2/s] または熱拡散率という。熱伝導率が熱の伝わり易さを示す量であるのに対して、温度伝導率は温度が伝わる速さを表す物性値である。

3. 対流熱伝達

流動している流体が固体表面と接し、両者間で熱の授受がある場合について考えてみる。図2に示すように、固体の表面温度を T_w 、流体の温度を T_f とするとき、流体と固体が接触する面では両者の間に温度差 ($T_w - T_f$) が存在する。ただし、温度は接触面で不連続に変化するのではなく、固体表面に接する流体の薄い層内で連続的に変化する。この薄い層を境界層 (boundary layer) という。このとき、単位時間あたりに固体表面を通過する熱量 Q は、両者の温度差と表面積 A に比例すると考えられる。すなわち、比例係数を h を導入して、

$$Q = h(T_w - T_f)A \quad (5)$$

で表される。式 (5) から、単位面積、単位時間あたりに固体表面を通過する熱量、すなわち熱流束 q は、

$$q = h(T_w - T_f) \quad (6)$$

となる。比例係数 h を熱伝達率 (heat transfer coefficient) [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$] という。

熱量 Q は温度差や面積のほかに流体の種類、流速、流動状態 (層流/乱流)、固体表面の形状など多くの要因の影響を受けるので、式 (5) はそれらの影響をすべて h に含めて考えることを意味する。すなわち、 h は非常に複雑な性質の係数である。当然ながら、熱伝達率 h は物性値ではない。

連続体と見なせる流体が固体に接している場合には、固体表面の極く近傍の流体内での熱移動は熱伝導による。したがって、次の関係が成立する。

$$q = -\lambda_{\text{solid}} \left. \frac{dT_{\text{solid}}}{dy} \right|_{\text{surface}} = -\lambda_{\text{fluid}} \left. \frac{dT_{\text{fluid}}}{dy} \right|_{\text{surface}} \quad (7)$$

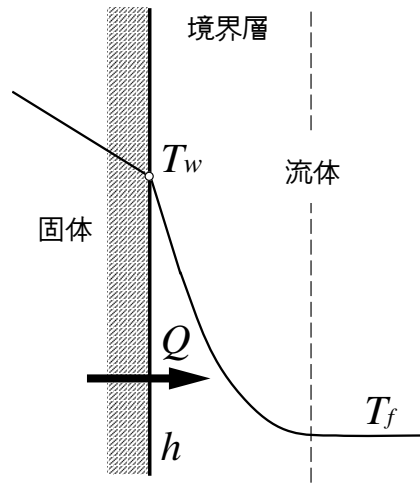


図 2: 固体表面と流体の間の熱移動現象

ここで、 y は固体表面に垂直な座標であり、添字 solid, fluid, surface はそれぞれ、固体、流体、固体表面を表す。式(7)の関係は熱流束 q (あるいは熱伝達率 h) を実験や数値シミュレーションの結果から求める際によく用いられる。

4. 平板内の温度分布と熱流束

厚さに比べて面積の大きい板（一面が高温で他面が低温）では、熱は厚さ方向のみに 1 次元的に流れるとみなせる。いま、図 3 に示すように厚さ ℓ の平板について考える。板の片側の表面温度が T_1 、反対側の表面温度が T_2 であり、板の熱伝導率 λ が一定であるとき、板内部の温度分布と板を通過する熱流束を知りたい。これは熱伝導の基本問題である。

定常状態を仮定すると、熱流束 q は一定であるから、式(3)は

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{q}{\lambda} = \text{const.} = C_1 \quad (8)$$

となる。境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 : T = T_1 \\ x = \ell : T = T_2 \end{array} \right\} \quad (9)$$

である。式(8)を積分すると

$$T = C_1 x + C_2 \quad (10)$$

となる。境界条件から C_1, C_2 が決定されて、

$$T = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{\ell} x \quad (11)$$

を得る。したがって、内部の温度分布は図 3 に示すような直線となり、 x 軸に垂直な面の熱流束は、

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{T_1 - T_2}{\ell/\lambda} \quad (12)$$

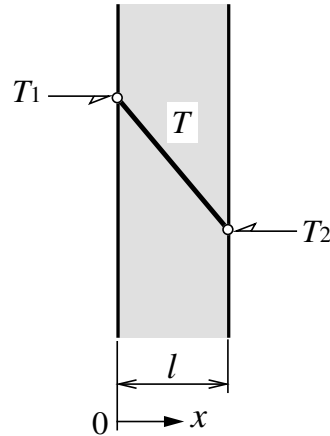


図 3: 平板内の温度分布と熱移動

で与えられる。分母の l/λ は熱抵抗 (thermal resistance) に相当する。

[例題 1] 厚さ 6 cm の広いコンクリート壁がある。両面の温度がそれぞれ 20°C , 0°C であるとき、1 時間、 1 m^2 あたりに壁を通過する熱量はいくらか。ただし、コンクリートの熱伝導率を $0.76\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ とする。

[答] 912 kJ

5. 多層平板内の温度分布と熱流束

図 4 に示すように、熱伝導率の異なる 2 つの層 1, 2 からなる広い平板を考える。一方の面が温度 T_{f1} の高温流体に接し、他方の面は温度 T_{f2} の低温流体に接しているとする。たとえば、1 が金属板、2 は保温材であり、一面が高温ガスに接し、他面は外気に接しているような場合である。両面での熱伝達率 h_1, h_2 が知られているとき、内部の温度分布と熱流束を求めてみよう。

図 4 のように、熱が流れる方向を正として座標 x を設定する。1 次元かつ定常であるから、基礎式は式 (8) と同じである。すなわち、

層 1 について、

$$\frac{dT_1}{dx} = -\frac{q}{\lambda_1} = C_1 \quad (13)$$

層 2 について、

$$\frac{dT_2}{dx} = -\frac{q}{\lambda_2} = C_2 \quad (14)$$

となる。境界条件は、表面温度を仮に T_{w1}, T_{w2} とすれば

$$x = 0 : h_1(T_{f1} - T_{w1}) = -\lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dx} \right)_{x=0} \quad (15)$$

$$x = \ell_1 : -\lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dx} \right)_{x=\ell_1} = -\lambda_2 \left(\frac{dT_2}{dx} \right)_{x=\ell_1} \quad (16)$$

$$x = \ell_1 : T_1 = T_2 \quad (17)$$

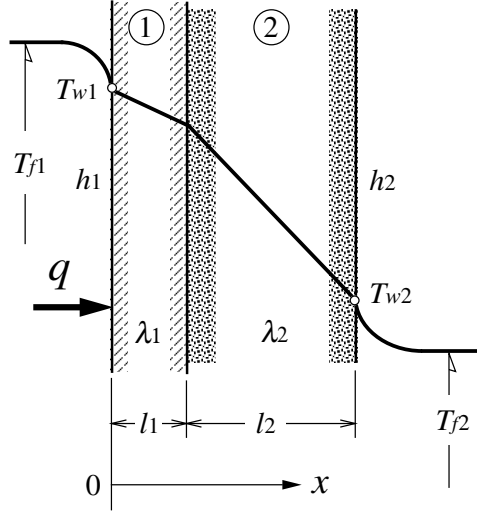


図 4: 異質な二層の平板内の温度分布と熱移動

$$x = l_1 + l_2 : -\lambda_2 \left(\frac{dT_2}{dx} \right)_{x=l_1+l_2} = h_2 (T_{w2} - T_{f2}) \quad (18)$$

が成立する。式(13), (14)をそれぞれ積分すると,

$$T_1 = C_1 x + C_2 \quad (19)$$

$$T_2 = C_3 x + C_4 \quad (20)$$

となる。定数 C_1, C_2, C_3, C_4 を式(15)~(18)の境界条件下で求めればよいのであるが, T_{w1}, T_{w2} という2つの未知量があるので, さらに次の2つの条件を使う。

$$x = 0 : T_1 = T_{w1} \quad (21)$$

$$x = l_1 + l_2 : T_2 = T_{w2} \quad (22)$$

したがって, 式(19), (21)から

$$T_{w1} = C_2 \quad (23)$$

式(20), (22)から

$$T_{w2} = C_3(l_1 + l_2) + C_4 \quad (24)$$

となる。以上から C_1, C_2, C_3, C_4 を求めると

$$C_1 = -\frac{1}{\lambda_1} \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2} \right)} \quad (25)$$

$$C_2 = T_{f1} - \frac{1}{h_1} \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2} \right)} \quad (26)$$

$$C_3 = -\frac{1}{\lambda_2} \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2} \right)} \quad (27)$$

$$C_4 = T_{f2} + \frac{\left(\frac{\ell_1}{\lambda_1} + \frac{\ell_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}\right)}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{\ell_1}{\lambda_1} + \frac{\ell_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}\right)}(T_{f1} - T_{f2}) \quad (28)$$

を得る。これで平板内部の温度分布 [式(19), 式(20)] が求まった。いずれも傾斜は異なるが直線分布になる。

次に、熱流束 q は、

$$\begin{aligned} q &= -\lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dx}\right) = -\lambda_2 \left(\frac{dT_2}{dx}\right) \\ &= \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{\ell_1}{\lambda_1} + \frac{\ell_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}\right)} \end{aligned} \quad (29)$$

となる。式(29)の右辺の分母はこの系の総合熱抵抗 (overall thermal resistance) に相当する。

式(29)の導出と同様にして、熱伝導率がそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ で厚さが $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n$ の異質の層が重なった1枚の広い板を通過する熱流束は、

$$q = \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{\ell_1}{\lambda_1} + \frac{\ell_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\ell_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_2}\right)} = K(T_{f1} - T_{f2}) \quad (30)$$

となる。ここで K は総合熱抵抗の逆数であり、次式で与えられる。

$$K = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{\ell_1}{\lambda_1} + \frac{\ell_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\ell_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_2}\right)} \quad (31)$$

K を熱通過係数 (overall heat transfer coefficient) [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$] あるいは熱貫流率という。

[例題 2] 外側から、防水モルタル 10 mm, コンクリート 100 mm, 合板 5 mm の厚さの壁がある。内外壁での熱伝達率はともに $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ として、この壁の熱通過係数を求めよ。ただし、防水モルタル, コンクリート, 合板の熱伝導率をそれぞれ 1.2, 0.76, 0.15 $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ とする。

[解] $K = 1/\left(\frac{1}{10} + \frac{0.01}{1.2} + \frac{0.1}{0.76} + \frac{0.005}{0.15} + \frac{1}{10}\right) = 1/0.373 = 2.68 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

6. 熱伝達における相似則

3節で述べたように、固体表面と流体の間の熱移動の大小を示すものは熱伝達率 h である。この h が、流体の物性値や速度などによってどのような影響を受けるかを次元解析 (dimensional analysis) で調べてみる。

6.1 強制対流の場合

熱伝達率 h に影響を及ぼすと考えられる独立な因子を列挙すると、流体の密度 ρ 、粘性係数 μ 、熱伝導率 λ 、比熱 c_p 、速度 u 、それに物体の代表寸法 ℓ などが挙げられる。基本次元として、長さ L 、質量 M 、時間 T 、温度 Θ 、熱量 H を採用し、上記の各因子の次元を書き出すと、

$$\begin{array}{cccccccc} h & \lambda & c_p & \rho & \mu & u & \ell & \\ \left[\frac{H}{L^2 T \Theta} \right] & \left[\frac{H}{L T \Theta} \right] & \left[\frac{H}{M \Theta} \right] & \left[\frac{M}{L^3} \right] & \left[\frac{M}{L T} \right] & \left[\frac{L}{T} \right] & [L] & \end{array}$$

となる。すなわち、基本次元は5つ、独立な物理量は7つである。しかし、ここで H と Θ は常に (H/Θ) の形で現れるので、本質的にはこれを1つとみなす。このため基本次元は4つとなる。したがって、 π 定理から、関連する無次元パラメータの数は $7 - 4 = 3$ であることを知る。

さて、 h に影響する因子は h 以外に6つあるから、

$$h = f(\lambda, c_p, \rho, \mu, u, \ell) \quad (32)$$

と表す。関数 f を求めることはできないが、支配パラメータを特定するために、次式のように、各因子を n_1, n_2, \dots, n_7 乗した量の積で考えてみる。

$$h^{n_1} \cdot \lambda^{n_2} \cdot c_p^{n_3} \cdot \rho^{n_4} \cdot \mu^{n_5} \cdot u^{n_6} \cdot \ell^{n_7} \quad (33)$$

式(33)の次元は、

$$\left[\left(\frac{H}{L^2 T \Theta} \right)^{n_1} \cdot \left(\frac{H}{L T \Theta} \right)^{n_2} \cdot \left(\frac{H}{M \Theta} \right)^{n_3} \cdot \left(\frac{M}{L^3} \right)^{n_4} \cdot \left(\frac{M}{L T} \right)^{n_5} \cdot \left(\frac{L}{T} \right)^{n_6} \cdot (L)^{n_7} \right]$$

となる。これが無次元になるためには、各基本単位の指数が零となる必要がある。これから、上記4つの基本次元について、次の条件を得る。

$$\begin{aligned} \frac{H}{\Theta} &: n_1 + n_2 + n_3 = 0 \\ L &: -2n_1 - n_2 - 3n_4 - n_5 + n_6 + n_7 = 0 \\ T &: -n_1 - n_2 - n_5 - n_6 = 0 \\ M &: -n_3 + n_4 + n_5 = 0 \end{aligned}$$

7つの未知数に対して式が4つしかないから、これは不定である。しかし、3つの物理量 h, c_p, u に着目すれば、 n_1, n_3, n_6 でその他の4つ量の指数を表すことができる。すなわち、

$$n_2 = -n_1 - n_3, \quad n_4 = n_6, \quad n_5 = n_3 - n_6, \quad n_7 = n_1 + n_6$$

を得る。これから、式 (33) は、

$$h^{n_1} \cdot \lambda^{-n_1-n_3} \cdot c_p^{n_3} \cdot \rho^{n_6} \cdot \mu^{n_3-n_6} \cdot u^{n_6} \cdot \ell^{n_1+n_6} \quad (34)$$

となる。式 (34) をまとめると、

$$\left(\frac{h\ell}{\lambda}\right)^{n_1} \cdot \left(\frac{c_p\mu}{\lambda}\right)^{n_3} \cdot \left(\frac{u\ell\rho}{\mu}\right)^{n_6}$$

を得る。\$n_1, n_3, n_6\$ は未定である（次元解析では決まらない）が、一つが他の二つの関数になるとして、たとえば、

$$\frac{h\ell}{\lambda} = f\left(\frac{u\ell\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{\lambda}\right) \quad (35)$$

と表すことができる。

左辺の無次元数

$$\frac{h\ell}{\lambda} = \frac{\text{熱伝達率} \times \text{代表長さ}}{\text{流体の熱伝導率}} \equiv \text{Nu} \quad (36)$$

をヌセルト数（Nusselt number）という。

右辺の最初の無次元数

$$\frac{u\ell\rho}{\mu} = \frac{u\ell}{\mu/\rho} = \frac{u\ell}{\nu} = \frac{\text{流速} \times \text{代表長さ}}{\text{動粘性係数}} \equiv \text{Re} \quad (37)$$

をレイノルズ数（Reynolds number）とよび、流れの状態（たとえば、層流であるか乱流であるか）を示す重要なパラメータである（流れの系によるが、レイノルズ数がある臨界値を越えると層流から乱流へ遷移する）。

右辺の2番目の無次元数

$$\frac{c_p\mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{動粘性係数}}{\text{流体の温度伝導率}} \equiv \text{Pr} \quad (38)$$

をプラントル数（Prandtl number）という。Pr 数は流体の動粘性係数 \$\nu\$ と温度伝導率 \$\alpha\$ の比を表す物性値であり、その値は流体の種類に依存する。ただし、温度によっても若干変化する。代表的な流体のプラントル数を表1に示す。

以上から、式 (35) は、

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}) \quad (39)$$

と表される。関数 \$f\$ は物体表面の幾何学形状などによって異なり、理論的または実験的に定められる。強制対流熱伝達では、理論や実験にかかわらず、ほとんど常に式 (39) の形でデータが整理・表現される。とくに、層流において、熱が壁面垂直方向にのみ移動すると考えてよい場合には、

$$\text{Nu} = \sqrt{\text{Re}} \cdot f(\text{Pr}) \quad (40)$$

となることが知られている。この結果は方向次元解析（長さの次元を方向別に取り扱う次元解析）により導出される。

表 1: プラントル数 Pr の値

流体の種類	温 度	Pr
水	20 °C	7.11
	60	3.02
	100	1.76
フロン R-12(CF ₂ Cl ₂)	-30	4.79
	0	3.83
スピンドル油	20	168
	60	59.4
空 気	0	0.72
	20	0.71
	100	0.70
飽和水蒸気	100	1.09
炭酸ガス	0	0.78
液体水銀	0	0.029

6.2 自然対流の場合

自然対流の場合には、温度（密度）の差によって生じる力、すなわち浮力で流れが発生する。したがって、速度 u は独立変数ではなく、そこに浮力が関係してくる。浮力 F_b は単位体積あたりの力として、

$$F_b = g(\rho_\infty - \rho_w) = \rho g \beta (T_w - T_\infty) \quad (41)$$

と書ける。ただし、 g, ρ, β はそれぞれ重力加速度、流体密度、体膨張率であり、添字 w, ∞ は壁面、壁面から十分遠方をそれぞれ表す。気体の場合には、 β は絶対温度の逆数 ($= 1/T_\infty$) になる。以上から、自然対流の場合には、 h に影響を及ぼす因子として式 (32) 中の速度 u の代わりに浮力 F_b を使って、

$$h = f(\lambda, c_p, \rho, \mu, F_b, \ell) \quad (42)$$

と表せる。各因子の次元は、

$$\begin{array}{ccccccc} h & \lambda & c_p & \rho & \mu & F_b & \ell \\ \left[\frac{H}{L^2 T \Theta} \right] & \left[\frac{H}{L T \Theta} \right] & \left[\frac{H}{M \Theta} \right] & \left[\frac{M}{L^3} \right] & \left[\frac{M}{L T} \right] & \left[\frac{M L}{L^3 T^2} \right] & [L] \end{array}$$

であり、6.1 節と同様に次元解析すると、

$$\frac{h \ell}{\lambda} = f \left(\frac{F_b \rho \ell^3}{\mu^2}, \frac{c_p \mu}{\lambda} \right) \quad (43)$$

を得る。ここで、右辺第 1 項の浮力 F_b を含む無次元数はグラスホフ数 Gr (Grashof number) とよばれる。Gr は

$$\text{Gr} = \frac{F_b \rho \ell^3}{\mu^2} = \frac{\rho g (\rho_\infty - \rho_w) \ell^3}{\mu^2} = \frac{g \beta (T_w - T_\infty) \ell^3}{\nu^2} \quad (44)$$

で表される。自然対流では、このグラフホフ数とプラントル数の積 [レイリー数 (Rayleigh number) とよばれる] が、流れの状態 (層流であるか乱流あるか) を区別するパラメータになる。したがって、式 (43) は、

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr}) \quad (45)$$

と書ける。関数 f は強制対流と同様に物体の形状などによって変わり、理論的または実験的に求められる。とくに、層流の場合で、壁と流体の間の熱移動が壁面垂直方向にのみ起こると考えてよい場合には、

$$\text{Nu} = \sqrt[4]{\text{Gr}} \cdot f(\text{Pr}) \quad (46)$$

となることが知られている (これも方向次元解析による)。

7. 単純な物体形状の場合の熱伝達率

ここでは、単純な形状の物体の熱伝達率 h (ヌセルト数 Nu) について、理論的または実験的に求められた相関式を例示する。

7.1 平板上の強制対流

平板の長さを l として、平均ヌセルト数 Nu は次式で表される。

$$\text{層流: } \text{Nu} = \frac{h\ell}{\lambda} = 0.664\text{Re}^{1/2}\text{Pr}^{1/3} \quad (\text{Re} < 3 \times 10^5) \quad (47)$$

$$\text{乱流: } \text{Nu} = \frac{h\ell}{\lambda} = 0.037\text{Re}^{0.8}\text{Pr}^{1/3} \quad (5 \times 10^5 < \text{Re} < 10^7) \quad (48)$$

7.2 管内流 (強制対流)

内径 D の円管内の十分発達した流れについて、ヌセルト数の極限值は

$$\text{層流: (熱流束一定の場合)} \quad \text{Nu} = \frac{hD}{\lambda} = 4.36 \quad (\text{Re} < 2 \times 10^3) \quad (49)$$

$$\text{(壁温一定の場合)} \quad \text{Nu} = \frac{hD}{\lambda} = 3.66 \quad (\text{Re} < 2 \times 10^3) \quad (50)$$

$$\text{乱流: } \text{Nu} = \frac{hD}{\lambda} = 0.023\text{Re}^{0.8}\text{Pr}^n \quad (5 \times 10^3 < \text{Re} < 5 \times 10^5) \quad (51)$$

となる。ここで、 $n = 0.4$: 流体を加熱する場合、 $n = 0.3$: 流体を冷却する場合であり、 Re は $\text{Re} = uD/\nu$ で定義される。

7.3 鉛直平板上の自然対流

鉛直平面の長さを l として、平均ヌセルト数 Nu は次式で表される。

$$\text{層流: } \text{Nu} = \frac{hD}{\lambda} = (2\text{Gr})^{1/4} \frac{\text{Pr}^{1/2}}{[5(1 + 2\text{Pr}^{1/2} + 2\text{Pr})]^{1/4}} \quad (10^4 < \text{Gr} \cdot \text{Pr} < 10^9) \quad (52)$$

$$\text{乱流: } \text{Nu} = \frac{h\ell}{\lambda} = 0.120(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{1/3} \quad (5 \times 10^9 < \text{Gr} \cdot \text{Pr} < 10^{12}) \quad (53)$$

8. 沸騰を伴う熱移動

8.1 沸騰の状態

沸騰という現象は日常生活でもなじみ深いものである。この工業的な応用としては蒸気を発生させるボイラが代表的である。近年、原子炉や宇宙開発などの進展に伴って沸騰現象の利用が改めて注目されている。それは沸騰が高い熱伝達を伴う現象であることによる。ひとくちに沸騰といっても、周囲の条件によって様相が異なる。

いま、十分大きな容器に液体が入っており、加熱面が液体に浸っている（自由表面より下にある）とする。この状態で液体が沸騰している場合をプール沸騰 (pool boiling) という。これに対して、管内を流れる液体が管壁で加熱され沸騰している場合を、流動沸騰 (flow boiling) または強制対流沸騰 (forced convective boiling) という。この場合、流動の発生要因が自然対流であっても、ポンプ等による強制対流であっても扱いは同じである。

一方、液体の温度が飽和温度より低いときでも、加熱面の温度がそれより高ければ、加熱面近傍では局所的に飽和温度以上となって蒸気泡が発生する。発生した蒸気泡は加熱面を離脱すると、すぐに周囲の液体によって冷却されて凝縮し消滅する。このような沸騰をサブクール沸騰 (subcooled boiling) という。この沸騰では、加熱面の近くだけに蒸気泡が見られるので表面沸騰 (surface boiling) とも呼ばれる。飽和温度と液体との温度差をサブクール度 (degree of subcooling) とよび、 ΔT_{sub} で表す。これに対して、液体の温度が飽和温度になっているときの沸騰を飽和沸騰 (saturated boiling) という。この沸騰では、発生した蒸気泡は消滅することなく液全体を満たすので、容積沸騰 (bulk boiling) ともいわれる。

8.2 沸騰曲線

最も単純なプール沸騰を対象として、伝熱面の温度 T_w を上げながら、温度とそこでの熱流束 q の関係を調べてみる。横軸に T_w と飽和温度 T_{sat} の差 $\Delta T_{\text{sat}} = T_w - T_{\text{sat}}$ をとり、縦軸には q をとって、その関係を対数表示すると図5に示す曲線となる。ここで ΔT_{sat} を過熱度 (degree of superheating) という。伝熱面の温度が低いときは、沸騰は起こらず自然対流による熱伝達に支配される。伝熱面温度が次第に上昇し、 ΔT_{sat} が大きくなってくると A 点で沸騰が開始する。それ以後は、急激に q が上昇し、AE 間ではほぼ直線的に上昇する。E 点からは q の上昇が鈍化し、ついに限界熱流束点 (Critical Heat Flux point, CHF) に達する。この AB 間での沸騰の様子を観察すれば、蒸気泡がほぼ定点から断続的に発生していることがわかる。蒸気泡を発生する特定の点を発泡点 (nucleation site) とよんでいる。発泡点の数は熱流束の大小に応じて増減する。AB 間の沸騰の特徴は発泡点からの蒸気泡の発生にあり、これを核沸騰 (nucleate boiling) という。E 点は曲線が下向きに曲がり始める点であり、D.N.B. (Departure from Nucleate Boiling) 点とよんでいる。この辺りになると、発泡点の数が増えるとともに、気泡発生の周期が短くなって、激しく発生する気泡は合体して一部伝熱面を覆うようになる。

ΔT_{sat} をさらに大きくすると、B 点を通過して急に F 点の方に乗り移ろうとする。すなわち BCD の間は伝熱面温度が高くなるにもかかわらず熱流束が減るので、 ΔT_{sat} はますます上昇する結果となる。換言すれば、ここは不安定な領域であって、現象は B-F の方向に短時間で移る。そして、伝熱面は局所的に赤熱（さらには白熱）して高温となり、その間に発熱源の融点が存在すれば、いわゆる焼切れまたはバーンアウト (burnout) を起こす。

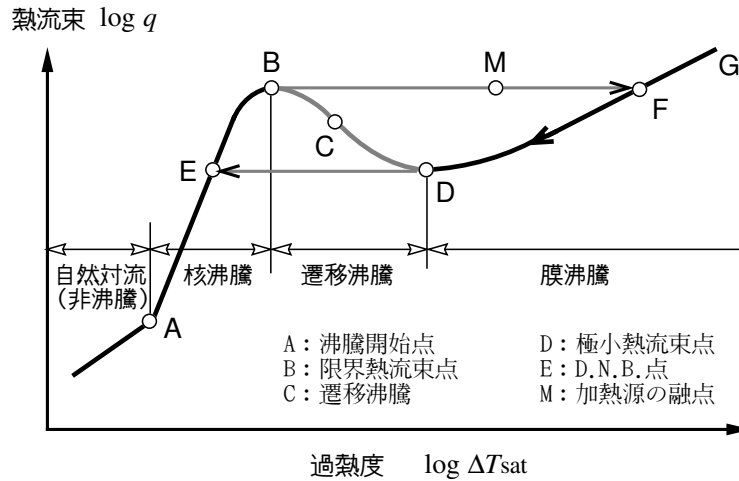


図 5: 沸騰曲線

M 点は物理的なバーンアウト点であるが、現象が速いのであたかも B 点でバーンアウトするように見える。このため、B 点をバーンアウト点 (burnout point) とよぶことがある。極小熱流束点 (Minimum Heat Flux point, MHF) D を過ぎた DFG の領域では、伝熱面全体が蒸気膜で覆われて、その膜から蒸気泡が発生するようになる。このような沸騰の状態を膜沸騰 (film boiling) という。水では膜沸騰を起こす伝熱面の温度は、通常、伝熱面が赤熱するときより高い。いったん膜沸騰に移行してから ΔT_{sat} を下げると、図 5 中の矢印のように GFD と推移し、極大熱流束より小さい D 点まで膜沸騰が安定に持続して、極小熱流束点 D に到達する。このように沸騰曲線にはヒステリシスが存在する。BCD の領域は核沸騰から膜沸騰へ移る不安定な領域であって、この領域を遷移沸騰領域 (transition boiling region) とよんでいる。遷移沸騰を電流加熱のように熱流束一定の加熱法で安定に維持することは困難であり、蒸気加熱のように温度一定の加熱法で実現できる。

赤熱した鉄板上に水滴を落とすと、水滴の下に薄い蒸気膜が形成されるために、水滴は鉄板上を転がり続けて鉄板表面を濡らさない。この現象はライデンフロスト (Leidenfrost) 現象として古くから知られており、水滴の下に安定な蒸気膜ができる限界の温度をライデンフロスト点と呼んでいる。これは図 5 の D 点に相当する。

図 5 は沸騰現象を特徴づける基本的な線図であり、これを沸騰曲線 (boiling curve) とよぶ。この曲線からわかるように、核沸騰領域では曲線の傾斜が急であって、わずかの ΔT_{sat} の増減で q が大きく変化する。このことは熱移動の観点から特に注目し値する。

9. 凝縮を伴う熱移動

飽和温度より低い温度の冷却面に蒸気が接触すると凝縮 (condensation) が生じる。ここでは凝縮潜熱が放出されて冷却面へと伝わる。これはいうまでもなく沸騰／蒸発の逆の現象であって、凝縮潜熱は同じ温度と圧力における蒸発潜熱と等しい。実用の凝縮器 (condensor) では、凝縮を連続的に行わせるために、凝縮面は通常垂直にするか傾斜させている。冷却面と液が濡れやすいときには、蒸気は連続した膜状に凝縮して落下する。こ

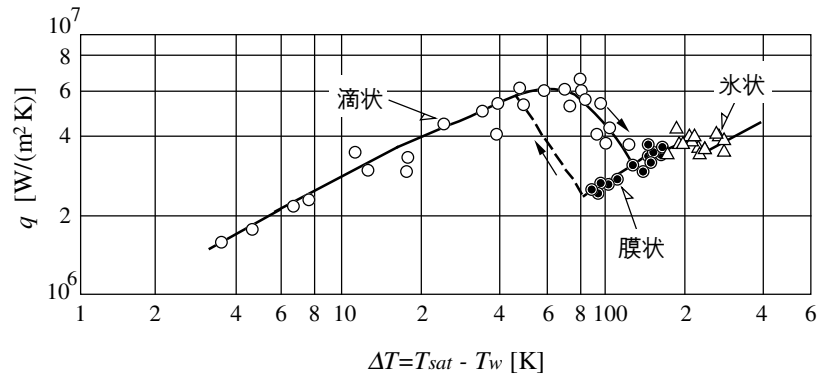


図 6: 凝縮曲線

の状態を膜状凝縮 (film condensation) という。一方、クロームメッキで滑らかに磨かれた面や油気のあるガラス面のように、液が濡れにくいときには、蒸気は滴状に凝縮する。この状態を滴状凝縮 (dropwise condensation) という。滴状凝縮では液粒は直径 3 mm 程度まで急速に成長し、そして滑り落ちる。

凝縮においても、冷却面の形状や表面性状が定まれば、壁面温度と冷却熱流束との間に一定の関係が存在する。それが図 6 の凝縮曲線である。図 6 にみられるように、飽和温度 ΔT_{sat} と壁温 T_w の差 ΔT が増大するにつれて、冷却熱流束 q は大きくなる。初めは滴状凝縮であり、 ΔT がある値を越えると膜状凝縮に遷移し、さらに ΔT が増加すると氷結へと移行する。この凝縮曲線は図 5 の沸騰曲線と似ている点で興味深い。

水などでは、滴状凝縮の熱伝達率は膜状凝縮のそれより数倍も大きい。しかし、滴状凝縮が続くと表面が濡れやすくなって膜状凝縮に移行するのが普通である。このように滴状凝縮を持続させることは困難である。これに反して、金属蒸気、たとえば水銀蒸気などではほとんどの場合に滴状凝縮となる。また、たとえ膜状になっても、その膜自体の熱伝達率が高いので、滴状凝縮と膜状凝縮の熱伝達率の差は一般に非常に小さい。

10. 熱放射

分子や原子は運動しているが、温度が高くなるとその運動は激しくなる。分子や原子には荷電粒子があるので、その運動に伴って電磁波が放出される。また、逆に外部から電磁波を吸収して分子や原子の運動がより活発になり、その結果として温度が上昇する。このように、エネルギーを電磁波の形で放出したり吸収したりする現象で、その物体の表面温度で定まるものを熱放射という。

熱放射のうち、電子の運動によって放出されるものは波長が短く、原子の振動によるものはやや波長が長く、結晶の格子振動によるものはさらに波長が長い。また、固体、液体の場合には連続的な波長分布の熱放射線を出す。気体では不連続な分布の熱放射線を出す。可視光線の波長が $0.38 \sim 0.77 \mu\text{m}$ であるのに対して、熱放射線の波長範囲は一般に $0.3 \sim 15 \mu\text{m}$ と広く、大部分は近赤外線領域にある。

このように熱放射線は電磁波であるが、固体、液体の電気良導体では表面から約 $1.3 \mu\text{m}$ 程度の薄い層で完全に吸収され、また放出される。電気不良導体ではその層の厚さは 1.3

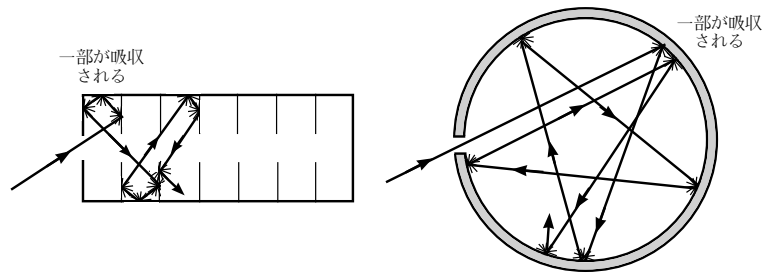


図7: 黒体に近い性質をもつ小孔 (空洞放射)

mm 程度となる。このように熱放射に関与する層の厚さは薄いので、温度勾配にはほとんど影響されないとみてよい。すなわち、放射、吸収については物体表面の性質だけによるものと考えてよい。しかし、気体では分子間の距離が大きく、個々の気体分子から放射されるので、そのエネルギーの量には気体の厚さを考慮しなければならない。

熱放射が物体表面に当たると、一般には吸収、反射、透過が起こる。熱放射の全エネルギーを E とし、そのうち吸収されるエネルギーを E_a 、反射されるエネルギーを E_r 、透過するエネルギーを E_t とすると、それぞれ、

$$\text{吸収率 (absorptivity)} : a = E_a/E$$

$$\text{反射率 (reflectivity)} : r = E_r/E$$

$$\text{透過率 (transmissivity)} : t_r = E_t/E$$

となる。そして、

$$\text{一般の場合} : a + r + t_r = 1$$

$$\text{固体 (気体)} : t_r = 0, a + r = 1$$

$$\text{黒体} : r + t_r = 0, a = 1$$

$$\text{気体} : r = 0, a + t_r = 1$$

である。

10.1 黒体からの熱放射

黒体 (black body) は受けた熱放射の全部を吸収する理想的な物体であるが、現実にはそのような性質をもつ物体はない。しかし、図7に示すように、背後に閉じられた空洞をもつ小孔はこの条件をほぼ満足する。現実にはこれが最も黒体に近いものと考えることができる。したがって、この空洞内面を一様に加熱すれば、その小孔から出る熱放射は黒体からの放射に近くなる。黒体を仮定して問題を単純化することによって、熱放射の基本的性質を明らかにできる。

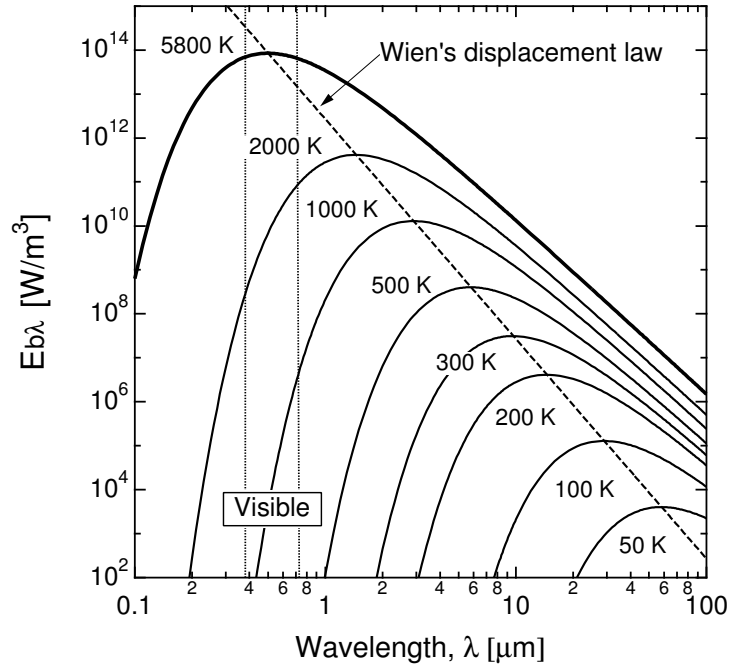


図 8: 黒体の熱放射スペクトル

10.2 プランクの法則 (Planck's law)

プランク (M. Planck, 1858-1947) は, 1900 年にエネルギー量子の考え方を導入して, 絶対温度 T の黒体から放出される波長 λ の熱放射のエネルギー $E_{b\lambda}$ [すなわち, スペクトル (spectrum)] が次式で表されることを明らかにした.

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} \quad (54)$$

ここで, $C_1 = 3.742 \times 10^{-16} \text{ W}\cdot\text{m}^2$, $C_2 = 1.439 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{K}$ である. これをプランクの法則, あるいはプランクの式とよぶ. 式 (54) のスペクトルを図 8 示す. プランクの式から以下の二つの法則が導出される.

10.3 ウィーンの変位則 (Wien's displacement law)

図 8 のスペクトルが極大となる波長 λ_m は, 式 (54) から次のように求められる.

$$\lambda_m T = 2.8976 \times 10^3 \text{ }\mu\text{m}\cdot\text{K} \quad (55)$$

式 (55) を図示すると, 図 8 のスペクトルの極大値を結ぶ点線となる. これからわかるように, 温度が高くなるにしたがって, スペクトル分布は波長の短い方に変移し, 色が暗赤, 赤, 橙, 黄, 緑, 青, 紫へと変化していく. 式 (55) をウィーンの変位則という. また, 波長 λ_m での極大値 $E_{b\lambda, \max}$ は,

$$E_{b\lambda, \max} = C_3 T^5 \quad (56)$$

となる. ここで, $C_3 = 1.314 \times 10^{-5} \text{ W}/(\text{m}^3\cdot\text{K}^5)$ である.

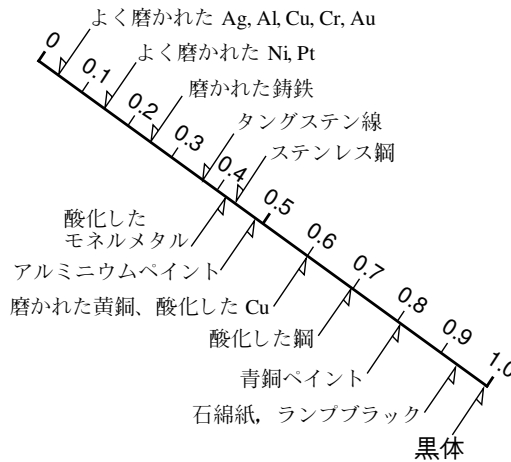


図 9: 放射率 ε の概略値

10.4 ステファン—ボルツマンの法則 (Stefan-Boltzmann's law)

絶対温度 T の黒体表面から半球空間に単位時間、単位面積あたり放射される全エネルギー E_b は、図 8 のスペクトル [式 (54)] を $\lambda = 0 \sim \infty$ の範囲で積分して得られる。すなわち、

$$E_b = \int_0^{\infty} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} d\lambda = \sigma T^4 \quad (57)$$

となる。ここで、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ である。すなわち、 E_b は絶対温度 T の 4 乗に比例する。これがステファン—ボルツマンの法則であり、 σ はステファン—ボルツマン定数とよばれる。

[例題 3] 人体表面を黒体とすると、人体から放射されるエネルギーは何 W か。ただし、体表面積を 1.8 m^2 とする。また、周囲温度が 0°C の場合に実効的な放射エネルギーは何 W か。

[解] 943 W [$Q = A\sigma T^4$]. 376 W [$Q = A\sigma(T^4 - T_a^4)$].

10.5 灰色体からの熱放射

実在の物体では、吸収率は $a < 1$ であり、表面に受けた放射エネルギーの一部は物体に吸収されて熱に変わる。また、そこから放射される単位面積、単位時間あたりのエネルギーも同じ温度の黒体より少ない。そこで、実在の物体に対しては一つの係数を導入して、放射熱流束 E を式 (57) にならって、

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4 \quad (58)$$

で表す。この ε を物体の放射率 (emissivity)、あるいは射出率という。 ε は物体の材質と表面の粗さ、よごれ、酸化などの状態で著しく異なる。おおよその値を図 9 に示す。これらの値は同じ表面であっても温度によって多少変化する。

酸化した金属表面や非金属表面などの放射率は波長によってあまり変化しない。そこでこれを理想化して、図 10 に示すように、放射率が波長と無関係に一定となるような表面

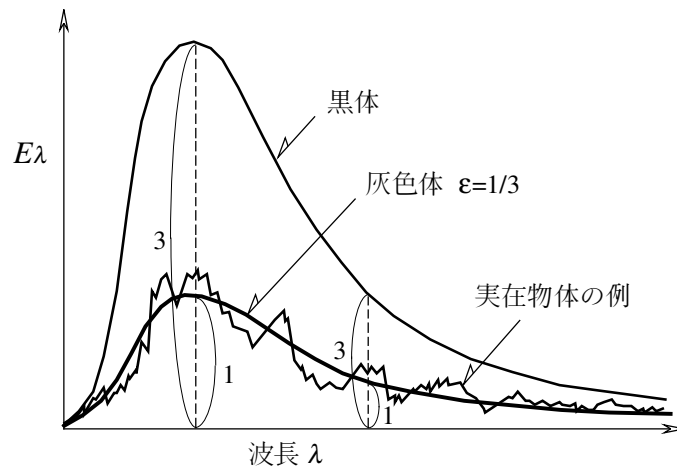


図 10: 同じ温度にある黒体, 灰色体, 実在物体の熱放射スペクトル

をもつ物体を考えて, 灰色体 (gray body) とよぶ. これは, 次に述べるように, 吸収率が波長に無関係に一定である物体と等価である.

10.6 吸収率と放射率との関係 — キルヒホフの法則 (Kirchhoff's law)

熱放射に関するキルヒホフの法則によれば, ある温度の黒体からの熱放射線が同じ温度の他の物体表面にあたるとき, その表面の吸収率 a はその面の放射率 ε に等しい. すなわち,

$$a = \varepsilon \quad (59)$$

が成り立つ. 灰色体では放射率が波長, 温度と無関係に一定であるから, 表面温度が異なっても常に式 (59) が成立する. したがって, 吸収率も温度と無関係に一定となる. それゆえ, 灰色体では ε の値から a の値を知ることができる. いま, 黒体, 灰色体, 実在物体の差異をスペクトルで図示すれば図 10 のようになる.

おわりに

以上は熱移動 (伝熱) についての学問的基礎である. われわれが現実に遭遇する現象は非常に複雑であり, 未だ解明されていない現象が数多く残されている. 熱移動に関する学問も確立されたものではなく, さらなる研究の進展が期待されている.

参考文献

1. 小林清志・飯田嘉宏, 「新版 移動論」, (1989), 朝倉書店.
2. 甲藤好郎, 「伝熱概論」, (1983), 養賢堂.
3. 庄司正弘, 「伝熱工学」, (1995), 東京大学出版会.
4. 日本機械学会, JSME テキストシリーズ 「伝熱工学」, (2005), 丸善.